



Abb. 1. Phasenverschiebung (als Streifenversetzung ε) und Sichtbarkeit A von Keilinterferenzen in Abhängigkeit von der Konvergenz der auffallenden Strahlen.
 — $l\theta/\lambda = 0,07$; — — $l\theta/\lambda = 175$.

Man muß aber erwähnen, daß bei Benutzung einer virtuellen Vergleichsebene, wie z. B. bei dem KÖSTERS-

⁸ Für die in Anm. ¹ angeführten Meßwerte erhält man dann unter plausiblen Annahmen eine wesentlich bessere Übereinstimmung mit den gerechneten Werten als dort angegeben.

sehen Interferenzkomparator, mit größer werdenden $v/4$ -Werten auch größere Korrekturwerte vorkommen können (da dann zwei Korrekturbeträge von beiden Teilsystemen addiert werden müssen⁸), und daß bei exzentrischer Lage der Blendenöffnung wieder andere Korrekturwerte auftreten. Für die Mehrzahl der praktischen Fälle ist bei Berücksichtigung der schon immer — allerdings nur im Hinblick auf die Schärfe — aufgestellten Forderung nach genügender Parallelität⁹ die in Anm. ¹⁰ angegebene Korrekturformel ausreichend, die sich nach Umformung für nicht zu große $l\theta/\lambda$ und für $v/4 < \pi$ als Annäherung ergibt.

Während der Fall der Endmaßmessung (große Schichtdicken und kleine Aperturen) den einen Grenzfall des Apertureinflusses bildet, stellt der Fall der mikrointerferometrischen Beobachtung (sehr dünne Schichtdicken, aber große Aperturen) den anderen Grenzfall dar. Hier befindet man sich im allgemeinen nur im ersten Teil der Kurven, der hier nur einem Umfang von wenigen Ordnungen entspricht. Doch erfahren bei großen Öffnungswinkeln die zu obiger Berechnung benutzten Formeln noch eine gewisse Änderung. Dieser Fall soll ausführlicher an anderer Stelle behandelt werden.

⁹ E. GEHRCKE, Handb. der physikal. Optik, J. A. Barth, Leipzig 1927, Bd. I, S. 488.

¹⁰ R. LANDWEHR, Z. angew. Phys. **8**, 561 [1956].

Zur formalen Theorie des optischen Potentials

VON HORST ROLLNIK

Institut für theoretische Physik der Freien Universität Berlin
 (Z. Naturforsch. **13 a**, 59—61 [1958]; eingegangen am 30. Oktober 1957)

Die großen Erfolge, die die Benutzung eines komplexen, lokalen Einteilchenpotentials für die Deutung der Nukleonstreuung an Atomkernen in den letzten Jahren errungen hat, sind allgemein bekannt¹. Eine ganze Reihe von Arbeiten hat sich mit verschiedenen Näherungsmethoden um ein theoretisches Verständnis des Imaginärteils des optischen Potentials bemüht². Daraus ragen die von WATSON und Mitarbeitern² insofern heraus, als sie außer ihrer Näherungsmethode der Vielfach-Streuung — die speziell auf Mesonprozesse angewendet wird — den allgemeinen Rahmen einer exakten Theorie des komplexen Potentials enthalten. Die Verfasser denken sich die strenge Lösung des (stationären) quantenmechanischen Problems $\Psi(x_1, \dots, x_{A+1})$ nach Produkten $\chi_\mu(x_1, \dots, x_A) \varphi_p(x_{A+1})$ entwickelt. Dabei sind $\chi_\mu(x_i)$ ein vollständiger Satz von Eigenfunktionen, die den Targetkern beschreiben, $\varphi_p(x_{A+1})$ entsprechend ein vollständiges System von Einteilchenfunktionen. War der Targetkern zu Anfang im Grundzustand χ_0 , so wird durch $\Phi_0(x_{A+1}) = (\chi_0, \Psi)$ eine Ein-

teilchenfunktion gegeben, deren auslaufende Komponenten den elastischen Wirkungsquerschnitt des durch Ψ beschriebenen Problems geben. Die Funktion $\Phi_0(x)$ genügt einer formalen Einteilchen-SCHRÖDINGER-Gleichung mit einem Einteilchenpotential V_c , für das man mit dem WATSONschen Formalismus folgendes Gleichungssystem erhält (vgl. auch unten!):

$$V_c = \sum_v V_{0v} \omega_v; \quad (1)$$

$$\omega_0 = 1, \quad \omega_v = \frac{1}{E - E_v + i\eta - K - V_{vv}} \sum_{\mu \neq v} V_{v\mu} \omega_\mu \quad (v \neq 0).$$

Hierin bedeuten $V_{v\mu}$ Einteilchenoperatoren, die man aus dem Gesamtwechselwirkungspotential V zwischen dem einfallenden Nukleon x_{A+1} und allen Kernnukleonen x_i ($i=1, \dots, A$) durch Bilden der Matrixelemente hinsichtlich der Targetkernzustände erhält:

$$V_{v\mu} = (\chi_v, V \chi_\mu).$$

E_v ist der zur Funktion χ_v gehörige Energieeigenwert des Targetkerns, und K ist der Operator der kinetischen Energie des einfallenden Nukleons. Die Einteilchenoperatoren ω_μ werden durch das in (1) enthaltene Integralgleichungssystem bestimmt. Die infinitesimale Größe $i\eta$ bestimmt — wie üblich — die Weise, in der man um die Nullstellen von $E - E_v - K - V_{vv}$ herum

¹ Vgl. z. B. den zusammenfassenden Artikel von F. MEDINA u. G. SÜSSMANN, Fortschr. Phys. **4**, 297 [1956].

² A. LANE u. C. WANDEL, Phys. Rev. **98**, 1524 [1955]. — A. LANE, R. THOMAS u. E. WIGNER, Phys. Rev. **98**, 693

[1955]. — K. BRUECKNER, Phys. Rev. **103**, 172 [1956]. — A. BOHR u. B. MOTTELSON, Dan. Mat. Fys. Med. **27**, Nr. 16 [1953]. — K. WATSON, Phys. Rev. **89**, 575 [1953]. — N. FRANCIS u. K. WATSON, Phys. Rev. **92**, 291 [1953].



integrieren muß, um den Randbedingungen des Problems zu genügen. Das optische Potential V_c ist im allgemeinen nicht hermitesch; selbst dann nicht, wenn die Energie des einfallenden Nukleons nicht ausreicht, um den Targetkern anzuregen. Dies entspricht physikalisch der Möglichkeit, daß sich ein Compoundkern als Zwischenzustand bildet. Andererseits wird V_c energieabhängig und nichtlokal (d. h. es wird in der Ortsdarstellung durch eine Potentialmatrix $\langle r|V_c|r' \rangle$ gegeben³).

Die einzige Unvollkommenheit der im übrigen exakten Gln. (1) liegt in der fehlenden Berücksichtigung des PAULI-Prinzips zwischen dem einfallenden und den Targetnukleonen. Sie soll im folgenden beseitigt werden. Zwar werden von TAKEDA und WATSON⁴ Formeln für die antisymmetrisierte Wellenfunktion $\Psi(x_1, \dots, x_{A+1})$ des Streuproblems angegeben. Für die Berechnung von V_c konnten sie aber nur für hohe Energien des einfallenden Nukleons ausgewertet werden, wo die „Austauscheffekte“ vernachlässigt werden können.

Auch wir gehen von der voll antisymmetrisierten Eigenfunktion $\Psi(x_1, \dots, x_{A+1})$ der SCHRÖDINGER-Gleichung

$$(H - E) \Psi = 0, \quad H = \sum_{j=1}^{A+1} K_j + \sum_{i>j} V_{ij}$$

aus. (K_j = kinetische Energie des j -ten Teilchens; V_{ij} = Wechselwirkung zwischen den Nukleonen i und j .)

Um das oben skizzierte Vorgehen zur Definition von V_c zu übertragen, müssen wir nach den antisymmetrisierten Funktionen

$$X^{\mu, p} = \frac{1}{\sqrt{A+1}} \sum_T (-1)^T T(\chi_\mu(1 \dots A) \varphi_p(A+1)) \quad (3)$$

entwickeln. Hierbei wird über alle Transpositionen $T = (i, A+1)$, ($i = 1, \dots, A$) summiert. Die $X^{\mu, p}$ sind zwar im antisymmetrischen Teil des $(A+1)$ -Teilchen-HILBERT-Raumes vollständig, bilden aber kein orthogonales System. Daher müssen wir eine *reziproke Basis* $X_{\mu, p}$ einführen, mit

$$(X_{\mu, p}, X^{\mu', p'}) = \delta_{\mu \mu'} \delta(p - p'). \quad (3')$$

Mit Hilfe dieser Funktionen können wir die Einteilchenfunktion Φ_0 , die den elastischen Teil des Prozesses beschreibt, in der Form

$$\Phi_0(p) = (X_{0, p}, \Psi)$$

schreiben. [Eine Einteilchen-FOURIER-Transformation gibt dann die Ortsfunktion $\Phi_0(x)$.]

In den Gln. (1) ist das einfallende Teilchen auch im Potential V vor den anderen ausgezeichnet. Dies überwinden wir durch die Einführung eines *symmetrisierten* Potentials \mathcal{V} , das wir durch seine Wirkungsweise auf die Basis $X^{\mu, p}$ definieren:

$$\mathcal{V} X^{\mu, p} = \frac{1}{\sqrt{A+1}} \sum_T (-1)^T T[V_{A+1} \chi_\mu(1 \dots A) \cdot \varphi_p(A+1)] \quad (4a)$$

$$\text{mit } V_{A+1} = \sum_{i=1}^A V_{i, A+1}.$$

Entsprechend sei ein symmetrisiertes \mathcal{H}_0 definiert:

$$\mathcal{H}_0 X^{\mu, p} = (E_\mu + \varepsilon_p) X^{\mu, p} \quad (4b)$$

(ε_p : die Einteilchenenergie des Zustandes φ_p). Der Sinn dieser Definition liegt darin, daß wir jetzt Gl. (2) in der Form

$$(E_\mu + \varepsilon_p - E) (X_{\mu, p} | \Psi) + \sum_{\mu', p'} \mathcal{V}_{\mu, p}^{\mu', p'} (X_{\mu', p'} | \Psi) = 0 \quad (2')$$

mit $\mathcal{V}_{\mu p}^{\mu' p'} \equiv (X_{\mu, p}, \mathcal{V} X^{\mu', p'})$ schreiben können. Das Potential (4a) ist im üblichen Sinne nicht hermitesch, sondern es gilt:

$$\mathcal{V}_{\mu p}^{\mu' p'} = \mathcal{V}_{\mu' p'}^{\mu p}.$$

Aus (2') schließen wir nach dem Vorgang von WATSON² auf

$$\sum_{p'} (p | V_c | p') (X_{0, p'} | \Psi) \stackrel{\text{def.}}{=} \sum_{\mu', p'} \mathcal{V}_{0 p}^{\mu' p'} (X_{\mu', p'} | \Psi)$$

als richtige Definition für das optische Potential. Mit Hilfe der MÖLLERSchen Wellenmatrix Ω , die wie üblich durch $\Psi = \Omega X^0 p$ definiert wird, schreiben wir V_c in der Form:

$$V_c = \sum_\mu \mathcal{V}_{0\mu} \Omega_\mu^0 (\Omega_0^0)^{-1} = \sum_\mu \mathcal{V}_{0\mu} \omega_\mu, \quad (5a)$$

wobei wir die Größen $\mathcal{V}_{0\mu}$ usw. als Einteilchenoperatoren aufgefaßt und noch $\omega_\mu \equiv \Omega_\mu^0 (\Omega_0^0)^{-1}$ eingeführt haben.

Schreibt man (2') mit Hilfe der Randbedingung in eine Integralgleichung um und benutzt die eingeführten Definitionen, so folgt leicht das folgende Integralgleichungssystem für die ω_μ :

$$\omega_\mu = \frac{1}{E - E_\mu + i\eta - K} \sum_\nu \mathcal{V}_{\mu\nu} \omega_\nu, \quad \omega_0 = 1, \quad (5b)$$

oder

$$\omega_\mu = \frac{1}{E - E_\mu + i\eta - K - \mathcal{V}_{\mu\mu}} \sum_{\nu \neq \mu} \mathcal{V}_{\mu\nu} \omega_\nu,$$

Im letzten Schritt haben wir aus der Summe über ν noch das Glied mit $\nu = \mu$ abgespalten. Mit den Gln. (5) haben wir das genaue Analogon zu (1) gewonnen. Der Einfluß des PAULI-Prinzips auf V_c wird durch den Unterschied von $\mathcal{V}_{\mu\nu}$ und $V_{\mu\nu}$ gegeben, der seinerseits von auftretenden Austauschtermen und Überlappungs-Integralen bestimmt wird:

$$\mathcal{V}_{\mu\nu} = \sum_q g_{\mu q} \mathcal{V}^{q\nu}.$$

³ Vgl. dazu analoge Situationen in der BRUECKNERSchen Theorie des Atomkerns; siehe H. BETHE, Phys. Rev. **103**, 1353 [1955].

⁴ G. TAKEDA u. K. WATSON, Phys. Rev. **97**, 1536 [1954].

$g_{\mu\varrho}$ ist dabei die zu $g^{\mu\varrho}$ reziproke (Operator-)Matrix, mit

$$(p | g^{\mu\varrho} | p') = \delta_{\mu\varrho} \delta(p - p') \quad (6a)$$

$$- \sum_{T \neq 1} (\varphi_p(A+1) \chi_\mu(1 \dots A), T \varphi_{p'}(A+1) \chi_\varrho(1 \dots A))$$

$$\text{oder} \quad (x | g^{\mu\varrho} | x') = \delta_{\mu\varrho} \delta(x - x') - A w_{\mu\varrho}(x', x)$$

mit

$$\begin{aligned} (p | \mathcal{V}_C^{e\nu} | p') &= (p | V_{\varrho\nu} | p') \\ &= A (\varphi_p(A+1) \chi_\varrho(1 \dots A), V_{1,A+1} \varphi_{p'}(A+1) \chi_\mu(1 \dots A)) \\ (p | \mathcal{V}_A^{e\nu} | p') &= -A (\varphi_p(A+1) \chi_\varrho(1 \dots A), V_{1,A+1} \varphi_{p'}(1) \chi_\mu(A+1, 2 \dots A)) \\ &\quad - A(A-1) (\varphi_p(A+1) \chi_\varrho(1 \dots A), V_{1,2} \varphi_{p'}(1) \chi_\mu(A+1, 2 \dots A)). \end{aligned}$$

Dabei bezeichnet $V_{i,j}$ die Wechselwirkung zwischen dem i -ten und j -ten Teilchen; $V_{\varrho\mu}$ sind die Einteilchenoperatoren aus Gl. (1).

Eine Abschätzung mit Hilfe des FERMI-Modells für

$$w_{\mu\varrho}(x', x) \quad (6b)$$

$$= \int \chi_\mu(x', 2 \dots A) \chi_\varrho(x, 2 \dots A) d(2) \dots d(A).$$

$\mathcal{V}^{e\nu}$ läßt sich zerlegen in:

$$\mathcal{V}^{e\nu} = \mathcal{V}_C^{e\nu} + \mathcal{V}_A^{e\nu}, \quad (7a)$$

wobei der „COULOMB-Term“ $\mathcal{V}^{e\nu}$ dem ersten Glied in (6a) entspricht und das „Austausch-Potential“ $\mathcal{V}_A^{e\nu}$ dem Rest.

BESPRECHUNGEN

Die Mikrophotographie. Die wissenschaftliche und angewandte Photographie. Erneuerung und Fortführung des HAY- v. ROHRschen Handbuches der wissenschaftlichen und angewandten Photographie. Band 10. Herausgegeben von KURT MICHEL, Springer-Verlag, Wien 1957. XXXII, 740 Seiten mit 550 Abb.; Preis Ganzleinen DM 140,—.

Der Autor hat als Leiter der Abteilung für Mikroskopie bei der Firma Carl Zeiß auf die Entwicklung dieses Gebietes seit langem maßgeblichen Einfluß. Die vielseitige und durch zahlreiche Abbildungen erläuterte Darstellung vermittelt eine gründliche Kenntnis der wissenschaftlichen Grundlagen der Mikrophotographie, des neuesten Standes der technischen Entwicklung und der Anwendungen in Wissenschaft und Technik.

Das Werk ist in drei Teile gegliedert. Im 1. Teil (Grundlagen) werden die Linse, die Grundformen der optischen Geräte, die Theorie der Beleuchtung, das mikroskopische Bild und die Photoschichten behandelt (140 Seiten). Im 2. Teil (Geräte zur Mikrophotographie) sind die Geräte zur Bilderzeugung, Stative, Beleuchtungseinrichtungen, mikrophotographische Kameras und Sondergeräte (Kameramikroskope) dargestellt (360 Seiten). Der 3. Teil ist den praktischen Anwendungen gewidmet. Hier sind die Durchführung der Aufnahme, die Anwendung besonderer Untersuchungsmethoden, die Verwendung unsichtbarer Strahlen und die Mikroaufnahme bewegter Objekte beschrieben (200 Seiten). — Dem Text vorangestellt sind Verzeichnisse

der Abbildungen, Tabellen und Formeln, die das Nachschlagen sehr erleichtern. Ein reichhaltiges Literaturverzeichnis und ein Sachverzeichnis schließen das Werk ab. Ausstattung und Druck sind in der vom Springer-Verlag gewohnten Güte.

Die Summe der praktischen Erfahrungen, die dieses Buch enthält, wird jedem, der sich beruflich oder aus Liebhaberei mit der Mikrophotographie beschäftigt, eine wertvolle Hilfe sein.

G. LITTMANN, Tübingen.

Kalorimetrische Methoden zur Bestimmung chemischer Reaktionswärmen. Verfahrens- und Meßkunde der Naturwissenschaft, Heft 12. Von W. A. ROTH und F. BECKER. Verlag Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig 1956. IV, 116 S. mit 51 Abb.; Preis kart. DM 12,80.

In einem mehr als die Hälfte des Heftes umfassenden allgemeinen Teil werden die Kalorimetertypen und wichtige Einzelprobleme erörtert. Dieser Teil ist auch dann nutzbringend zu lesen, wenn man sich nicht für die Messung chemischer Reaktionswärmen, sondern für andere kalorimetrische Messungen (z. B. die von Mischungswärmen) interessiert. Im zweiten Teil werden spezielle Kalorimeteranlagen beschrieben, geordnet nach dem Typ der zu untersuchenden Reaktion und mit Angaben über den Anwendungsbereich und die erreichbare Genauigkeit. Hervorzuheben sind die Beschreibung